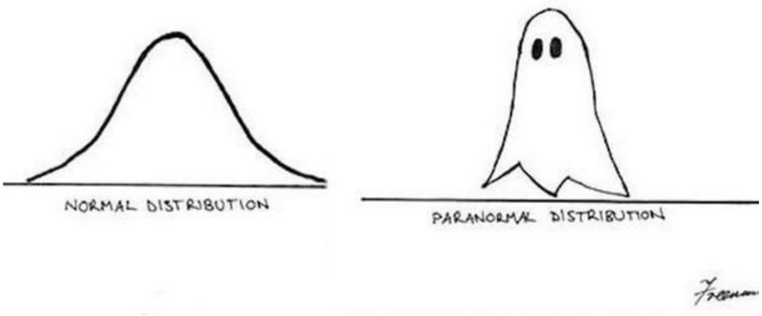
Teorie nutná ke zvládnutí cvičení 12

Opakování



Věta (Centrální limitní věta)**.** Máme posloupnost $X_1, X_2, ...$ nezávislých, stejně rozdělených náhodných veličin, pro které je $0 < \text{var}X_1 < \infty$. Pak

$$\mathbb{P}\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n\mathbb{E}X_1}{\sqrt{n}\sqrt{\text{var}X_1}} \leq x\right) \xrightarrow{n\to\infty} \Phi(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

Věta (Sluckého věta)**.** Nechť X_n, Y_n, Z_n jsou posloupnosti náhodných veličin takových, že $X_n \xrightarrow{D} N(0,1)$, $Y_n \xrightarrow{P} c$ a $Z_n \xrightarrow{P} d$, kde $c, d \in \mathbb{R}$ jsou reálné konstanty. Pak

$$Y_n \cdot X_n + Z_n \xrightarrow{D} N(d, c^2).$$

III.3. Intervalové odhady

Definice (Intervalový odhad)**.** Buď $X_1, ..., X_n$ náhodný výběr z rozdělení, které závisí na neznámém parametru $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}$. Zvolme hladinu $\alpha \in (0,1)$. Intervalový odhad parametru θ na hladině α je interval $[D, H]$, jehož meze tvoří náhodné veličiny $D = D(X_1, ..., X_n), H = H(X_1, ..., X_n)$ splňující

$$\mathbb{P}(\theta \in [D, H]) \geq 1 - \alpha, \quad \forall \theta \in \Theta.$$

Poznámka. Někdy je obtížné nalézt přesný intervalový odhad a spokojíme se s asymptotickým intervalovým odhadem (založeným na CLV), který uvedenou podmínku splňuje pro $n \to \infty$ (viz cvičení 1).

IV.1. Podmíněné rozdělení

Definice (Podmíněné rozdělení)**.** Nechť (X, Y) je náhodný vektor s diskrétním rozdělením s hodnotami v $\mathbb{N}^2$ a nechť $n \in \mathbb{N}$ je takové, že $\mathbb{P}(Y = n) > 0$. Pak definujeme podmíněné rozdělení X za podmínky $Y = n$ jako

$$\mathbb{P}(X = k | Y = n) = \frac{\mathbb{P}(X = k, Y = n)}{\mathbb{P}(Y = n)}.$$

Definice (Podmíněná střední hodnota)**.** Je-li $\mathbb{E}X < \infty$, pak definujeme podmíněnou střední hodnotu X za podmínky $Y = n$ jako

$$\mathbb{E}[X | Y = n] = \sum_{k \in \mathbb{N}} k\mathbb{P}(X = k | Y = n).$$